Lisbon School of Economics & Management
Universidade de Lisboa

Estatística II

Licenciatura em Gestão do Desporto
2.º Ano/2.º Semestre
2024/2025

Aulas Teórico-Práticas N.º 1 e 2 (Semana 1)

Docente: Elisabete Fernandes
E-mail: efernandes@iseg.ulisboa.pt

https://doity.com.br/estatistica-aplicada-a-nutricao

https://basiccode.com.br/produto/informatica-basica/

Conteúdos Programáticos

Aulas Teórico-Práticas (Semanas 1 a 3)	Aulas Teórico-Práticas (Semanas 4 a 7)	Aulas Teórico-Práticas (Semanas 7 a 9)	Aulas Teórico-Práticas (Semanas 10 a 13)
• **Capítulo 1**: Revisões e Distribuições de Amostragem	• **Capítulo 2**: Estimação	• **Capítulo 3**: Testes de Hipóteses	• **Capítulo 4**: Modelo de Regressão Linear Múltipla

Material didático: Exercícios do Livro Murteira et al (2015), Formulário e Tabelas Estatísticas

Bibliografia: B. Murteira, C. Silva Ribeiro, J. Andrade e Silva, C. Pimenta e F. Pimenta; *Introdução à Estatística*, 2ª ed., Escolar Editora, 2015.

1

Inferência Estatística

Conceitos: Universo, Amostra Aleatória, Distribuição de uma Amostra Aleatória e Estatísticas

Probabilidade vs. Inferência Estatística

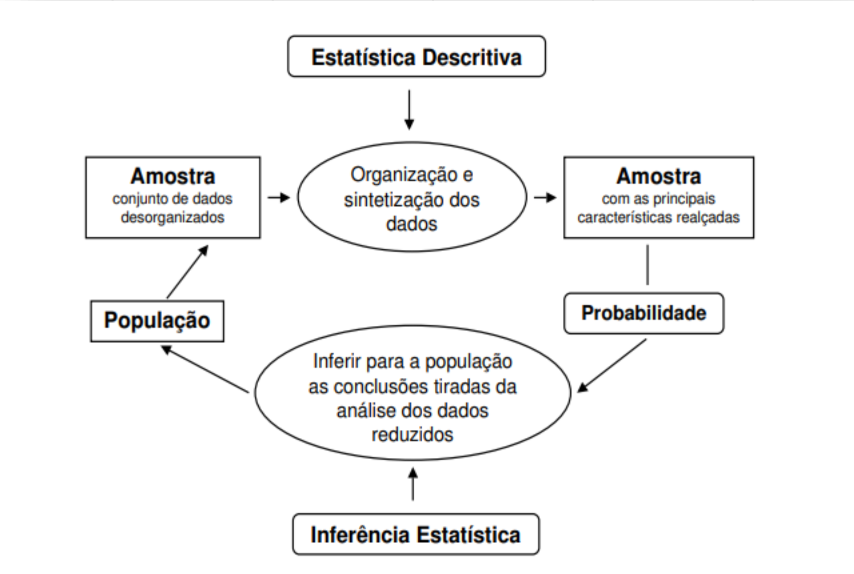
Pode dizer-se que a Probabilidade e a Inferência têm objectivos diferentes: enquanto na Probabilidade se parte de um dado esquema ou modelo para calcular a probabilidade de certos resultados ou acontecimentos se realizarem; na Inferência parte-se de dados ou observações e procura saber-se ou inferir-se algo sobre o modelo.

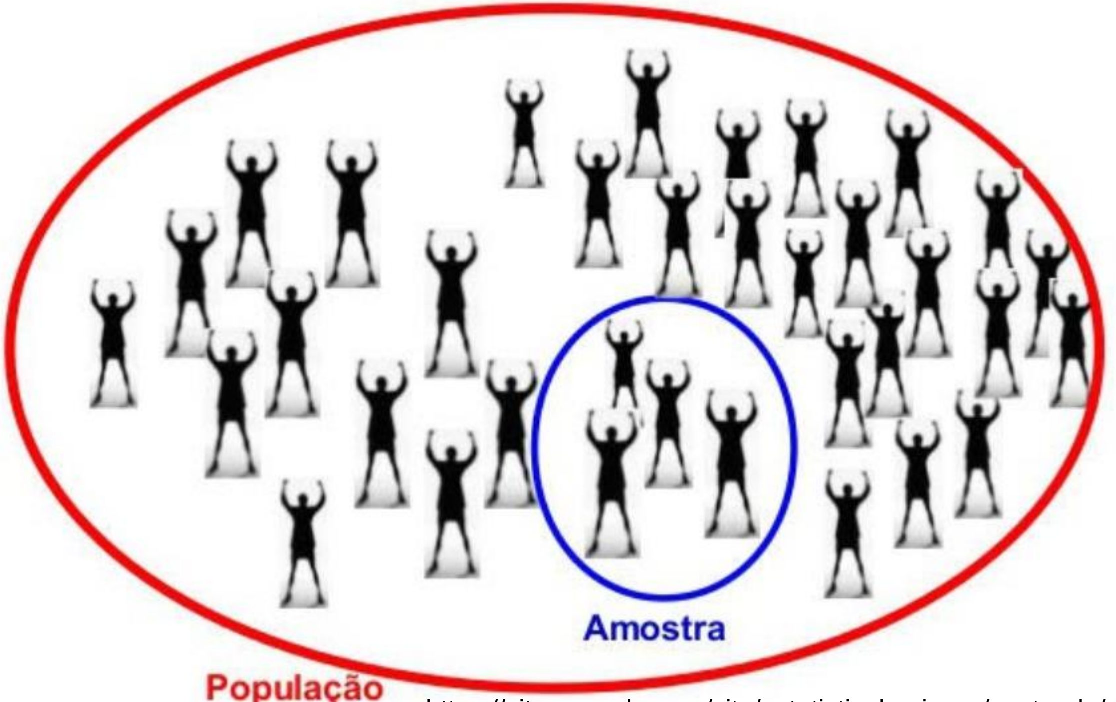
A Inferência é a “passagem do particular ao geral."

A Inferência Estatística tem como objectivo definir procedimentos que aplicados a uma amostra extraída da população, nos permitam estimar parâmetros desconhecidos dessa população ou algo sobre o modelo da população.

De facto uma amostra particular é apenas uma das muitas amostras (em nº infinito se a população for infinita) que se podem obter por um processo de amostragem.

Estatística Descritiva vs. Inferência Estatística





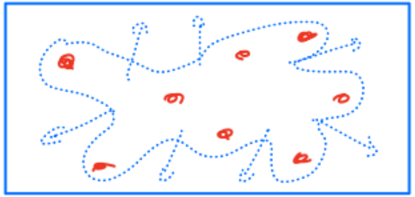
https://sites.google.com/site/estatisticabasicacc/conteudo/

- **POPULAÇÃO:**
  - é uma coleção completa de todos os elementos a serem estudados
- **AMOSTRA:**
  - é um subconjunto da população
- **CENSO:**
  - é uma coleção da dados relativos a todos os elementos de uma população:

https://slideplayer.com.br/slide/2627398

Amostra Aleatória

Perante "falta de informação" sobre a v.a. (população), vamos recolher uma amostra, estudar intensamente esta amostra e tentar extrapolar p/a população.



Ω

• – elementos da população que vão ser estudados

$\Downarrow$

amostra

$(x_1, x_2, \ldots, x_n)$

População vs Amostra Aleatória

população → ① recolher um subconjunto representativo da população →

(X) ↓ v.a. interesse

$(X_1, X_2, \ldots, X_n)$

(amostra aleatória)

② estudar a amostra através da estatística descritiva

→ ③ inferir ("extrapolar") os resultados da amostra p/ a população.

Slides Professora Claúdia Nunes

Amostragem

① Amostragem (Regras p/ assegurar a "bondade" dos resultados)

Amostra é representativa da população se tiver as seguintes características:

$(X_1, X_2, \ldots, X_n)$: conjunto de variáveis aleatórias independentes entre si e têm todas a mesma distribuição, que é a distribuição da v.a. (população) X

Slides Professora Claúdia Nunes

a.a = amostra aleatória
i.i.d. = independentes e idênticamente distribuídas

Distribuição de uma a.a.: V.a.´s Discretas

Qual é a distribuição da a.a. (X_1, …, X_n), sendo as v.a.´s X_i´s (i = 1, …, n) iid a uma v.a. discreta X?

Distribuição de uma a.a.: V.a.´s Discretas

1ª Consequência: Qual a distribuição de uma a.a.?

i) se X for uma v.a. discreta

$P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \ldots, X_n = x_n)$ [função de prob. conjunta da a.a.]

$$\underset{\text{independentes}}{=} P(X_1 = x_1)\,P(X_2 = x_2)\ldots P(X_n = x_n)$$

$$\underset{\text{ident. distribuídas}}{=} P(X = x_1)\,P(X = x_2)\ldots P(X = x_n)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} P(X = x_i)$$

Slides Professora Claúdia Nunes

Distribuição de uma a.a.: V.a.´s Poisson

Determine a seguinte função de probabilidade conjunta da a.a. $(X1, X2, X3)$: $P(X1=4, X2=3, X3=5)$, sendo Xi´s $(i = 1, 2, 3)$ iid a $X \cap P(\lambda)$.

Distribuição de uma a.a.: V.a.´s Poisson

exemplo: $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$ $\quad \lambda = ?$

$$P(X_1 = 4, X_2 = 3, X_3 = 5) = \prod_{i=1}^{3} \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x_i}}{x_i!}$$

$$= \frac{e^{-\lambda}\lambda^{4}}{4!} \frac{e^{-\lambda}\lambda^{3}}{3!} \frac{e^{-\lambda}\lambda^{5}}{5!} = \frac{e^{-3\lambda}\lambda^{12}}{4!\,3!\,5!}$$

Slides Professora Claúdia Nunes

Distribuição de uma a.a.: V.a.´s Contínuas

Qual é a distribuição da a.a. (X1, …, Xn), sendo Xi´s (i = 1, …, n) iid a uma v.a. Contínua X?

Distribuição de uma a.a.: V.a.´s Contínuas

ii) se X for uma v.a. contínua

$$f_{X_1, X_2, \ldots, X_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$ [função de densidade de probabilidade conjunta]

$$\underset{\text{independentes}}{=} f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2) \ldots f_{X_n}(x_n)$$

$$= f_X(x_1) f_X(x_2) \ldots f_X(x_n)$$

identicamente distribuídas

$$= \prod_{i=1}^{n} f_X(x_i)$$

Slides Professora Claúdia Nunes

Distribuição de uma a.a.: V.a.´s Exponenciais

Determine a seguinte função densidade de probabilidade conjunta da a.a. $(X1, X2, X3, X4)$: $f(1.3, 0.5, 2.5, 0.78)$, sendo Xi´s ($i = 1, 2, 3, 4$) iid a $X \cap Exp(\lambda)$.

Distribuição de uma a.a.: V.a.´s Exponenciais

exemplo: $X \sim Exp(\mu)$

$x_1 = 1.3$; $x_2 = 0.5$; $x_3 = 2.5$; $x_4 = 0.78$

$$f_{X_1, X_2, X_3, X_4}(1.3, 0.5, 2.5, 0.78) = \mu e^{-\mu \times 1.3} \times \mu e^{-\mu \times 0.5}$$

$$\times \mu e^{-\mu \times 2.5} \times \mu e^{-\mu \times 0.78}$$

$$= \mu^4 e^{-\mu(1.3 + 0.5 + 2.5 + 0.78)} \;//$$

Slides Professora Claúdia Nunes

Inferência Estatística

③ Inferência estatística

- X v.a. (v.c. de interesse)
- com distribuição conhecida D
- Todos ou alguns parâmetros da distribuição são desconhecidos

parâmetros desconhecidos (θ)

Objectivo: "adivinhar" o valor de θ, com base na amostra

i.e.

estimar θ, com base na amostra

⇓

Estimação { Pontual (cap. 6)
Intervalar (cap. 7)

Slides Professora Claúdia Nunes

Estatística

i) **ESTATÍSTICA**: uma estatística é uma função (qualquer) que depende da amostra e não depende de nenhum parâmetro desconhecido.

Exemplo: $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$ $\qquad \lambda = ?$

a.a. $(X_1, X_2, \ldots, X_{10})$

$T_1 = \overline{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{n} X_i$: É UMA ESTATÍSTICA

$T_2 = 3$: É UMA ESTATÍSTICA

$T_3 = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (X_i - \lambda)^2$ NÃO É ESTATÍSTICA!!

Slides Professora Claúdia Nunes

Estatística

DEF. 4: ESTATÍSTICA:

Uma estatística é uma função das variáveis observáveis, e é por si própria uma variável observável que não contém qualquer parâmetro desconhecido.

EXEMPLO 5: Seja a a.a. $[X_1, X_2, \ldots, X_n]$. A média amostral $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$ é uma estatística.

EXEMPLO 6: Seja a v.a $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ com μ e σ^2 desconhecidos, então $x - \mu$ não é estatística porque não é observável, é função do parâmetro desconhecido μ.

EXEMPLO 6: Seja uma v.a. com distribuição $N(\mu;\sigma^2)$ Quais são Estatísticas?

a) $X^2-\mu$

b) $\frac{X}{\sigma^2}$

c) X^2-3

d) $X-4$

e) $X - \log X^3$

Quais destas funções são estatísticas?

apostila.PDF (ufpr.br)

Média e Variância Amostrais

② Duas características da amostra frequentemente calculadas são:

<u>média amostral:</u> $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$

<u>variância amostral:</u> $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$

$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}^2$ (*)

(*) porque: $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 =$

$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i^2 + \bar{x}^2 - 2x_i\bar{x}) = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + n\bar{x}^2 - 2\bar{x} \underbrace{\sum_{i=1}^{n} x_i}_{n\bar{x}} \right]$

$= \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2 + n\bar{x}^2 - 2n\bar{x}^2 \right]$

$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \bar{x}^2$

variância amostral corrigida: $s^2_{n-1} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$

Slides Professora Claúdia Nunes

Distribuições de Amostragem: Exercícios do Murteira et al (2015)

2

Murteira et al (2015)
Capítulo 6

2. O número de gralhas por página, em certo tipo de publicações, é uma variável aleatória com distribuição de Poisson cuja média está estimada em 0.3. Supõe-se que existe independência entre o número de gralhas em páginas diferentes.

   a) Numa amostra de cinco páginas, qual a probabilidade de as duas primeiras terem uma gralha cada, e de as restantes não terem gralhas?
   b) Se a amostra casual for de 20 páginas, calcule a probabilidade de o número total de gralhas encontrado ser de pelo menos 8.
   c) Para uma amostra de 50 páginas, obtenha o valor esperado e a variância da média de gralhas nessa amostra.
   d) Voltando às amostras da alínea a), calcule e interprete $P\{\max(X_i) \leq 1\}$.
   e) Numa publicação do tipo apresentado com 100 páginas, qual a probabilidade de pelo menos 80 delas não terem qualquer gralha?

Exercício 2 (a)

X - v.a. nº gralhas por página $\rightarrow$ $X \sim Po(0.3)$, $\lambda = 0.3$

(a)

Amostra : $n=5$, $(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$, onde $X_i \sim Po(0.3)$ $(i=1,2,3,4,5)$

$P(X_1=1, X_2=1, X_3=0, X_4=0, X_5=0)$

$$P = P(X_1=1)\,P(X_2=1)\,P(X_3=0)\,P(X_4=0)\,P(X_5=0) = [P(X=1)]^2\,[P(X=0)]^3 \approx 0.02008$$

Exercício 2 (b)

Amostra : $n=20$, $(X_1, X_2, \dots, X_{20})$, onde $X_i \sim Po(0.3)$ $(i=1,2,\dots,20)$.

Nº total de gralhas na amostra (20 páginas) : $\sum_{i=1}^{20} X_i \sim Po(20 \times 0.3) = Po(6)$

$$P\left(\sum_{i=1}^{20} X_i \geq 8\right) = 1 - P\left(\sum_{i=1}^{20} X_i < 8\right) = 1 - P\left(\sum_{i=1}^{20} X_i \leq 7\right) \approx 1 - 0.74398 = 0.25602$$

Exercício 2 (c)

Amostra: $n = 50$, $(X_1, X_2, \ldots, X_{50})$, onde $X_i \sim Po(0.3)$ $(i = 1, 2, \ldots, 50)$

Média de gralhas na amostra: $\dfrac{\sum_{i=1}^{50} X_i}{50} = \bar{X}$

- $E(\bar{X}) = E\left(\dfrac{\sum_{i=1}^{50} X_i}{50}\right) = \dfrac{1}{50} E\left(\sum_{i=1}^{50} X_i\right) = \dfrac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} \overbrace{E(X_i)}^{\lambda = 0.3} = \dfrac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} 0.3 = \dfrac{1}{50} \times 50 \times 0.3 = 0.$

- $Var(\bar{X}) = Var\left(\dfrac{\sum_{i=1}^{50} X_i}{50}\right) = \left(\dfrac{1}{50}\right)^2 Var\left(\sum_{i=1}^{50} X_i\right) \overset{X_i \text{ iid}}{=} \dfrac{1}{50^2} \sum_{i=1}^{50} \overbrace{Var(X_i)}^{\lambda = 0.3} = \dfrac{1}{50^2} \sum_{i=1}^{50} 0.3 =$

$= \dfrac{1}{50^2} \times 50 \times 0.3 = \dfrac{0.3}{50} = 0.006$

Exercício 2 (d)

Amostra: $(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5)$, $n = 5$

$$P[\underbrace{\max(X_i)}_{X_{(n)}} \leq 1] = P(X_{(5)} \leq 1) \rightarrow$$ Probabilidade de a página com mais gralhas na amostra não ter mais de 1 gralha

<u>Distribuição do máximo da amostra</u>

Sendo $G_n(x) = P[\max(X_i) \leq x]$ a função de distribuição do máximo, tem-se que:

$G_n(x) = [F(x)]^n$, onde $n = 5$. Então:

$$P[\max(X_i) \leq 1] = G_5(1) = [F_X(1)]^5 = [P(\underset{\downarrow\, P_0(0.3)}{X} \leq 1)]^5 \approx 0.8285$$

Logo, na amostra, a probabilidade de a página com mais gralhas não ter mais que uma é cerca de 0.83.

Exercício 2 (e)

Y - v.a. nº páginas sem gralhas num conjunto de 100

$Y \sim B(100, \theta)$, onde $\theta = P(X=0) \simeq 0.74082 \longrightarrow Y \sim B(100, 0.74082)$

Quer-se: $P(Y \geq 80) = 1 - P(Y < 80) = 1 - P(Y \leq 79) \approx 1 - 0.89398 = 0.10602$

ou TLC...
$$Z = \frac{Y - n\theta}{\sqrt{n\theta(1-\theta)}} \overset{a}{\sim} N(0,1)$$

$$\ldots = 1 - P(Y \leq 79) = 1 - P\left(\frac{Y - n\theta}{\sqrt{n\theta(1-\theta)}} \leq \frac{79 - 100 \times 0.74082 + \frac{1}{2}}{\sqrt{100 \times 0.74082 \times 0.25918}}\right) =$$

$$= 1 - P(Z \leq 1.24) = 1 - \Phi(1.24) = 1 - 0.8925 = 0.1075$$

3 Média Amostral

Distribuições de Amostragem

Média Amostral

Seja $X_1, X_2, \dots, X_n$, uma a. a. duma dada população com média μ e variância σ^2. A **média amostral** é definida por:

$$\overline{X} = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i}{n}.$$

Propriedades:

- $\mu_{\overline{X}} = E(\overline{X}) = \mu;$
- $\sigma^2_{\overline{X}} = Var(\overline{X}) = \frac{1}{n}\sigma^2.$

ProbabilidadesEstatistica2019.pdf

Média Amostral: Variância Conhecida

Se a distribuição da população é Normal com desvio padrão σ conhecido, então $\overline{X} \sim N\left(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, ou seja,

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0; 1).$$

Se a distribuição da população não for Normal, mas a amostra é de grande dimensão então, pelo corolário do T. L. C., vem

$$Z \overset{\circ}{\sim} N(0; 1).$$

ProbabilidadesEstatistica2019.pdf

Média Amostral: Variância Desconhecida

Se a população é Normal mas o desvio padrão σ é desconhecido, e não rejeitando a hipótese de independência das distribuições por amostragem da média e da variância da amostra, então tem-se que:

Desvio padrão corrigido, S´

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{s'/\sqrt{n}} = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n-1}} \sim t(n-1)$$

Se a distribuição da população não for Normal, mas a amostra for de grande dimensão então, por extensão do corolário do T. L. C.,

$$\bar{X} \overset{\circ}{\sim} N\left(\mu; \frac{S}{\sqrt{n}}\right), \text{ ou seja, } Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \overset{\circ}{\sim} N(0; 1).$$

Observação: Para valores elevados de n, a distribuição t-Student toma valores muito próximos aos da $N(0; 1)$. Existem alguns programas estatísticos (por exemplo, SPSS) que, nestas condições, não utilizam a distribuição Normal mas a t-Student.

ProbabilidadesEstatistica2019.pdf

Distribuições de Amostragem

Formulário

AMOSTRAGEM. DISTRIBUIÇÕES POR AMOSTRAGEM

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \quad ; \quad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i^2}{n} - \overline{X}^2 \ ; \quad (n-1)S'^2 = n\,S^2$$

$$E(\overline{X}) = \mu \quad ; \quad \mathrm{Var}(\overline{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \quad ; \quad E(S^2) = \frac{n-1}{n}\sigma^2 \ ; \quad E(S'^2) = \sigma^2$$

Média Amostral: Exercícios

Distribuições de Amostragem

4

Um fabricante de automóveis defende que o novo modelo que vai ser lançado no próximo mês gasta em média 9,7 litros aos 100 km, em circuito urbano, com desvio padrão de 1 litro. Admita que o consumo segue uma distribuição Normal.

a) Qual a probabilidade de numa amostra aleatória de 20 automóveis o gasto médio ser superior a 10 litros.

b) Qual a deverá ser a dimensão da amostra para obter, com pelo menos 90% probabilidade, um gasto médio inferior a 10 litros.

ProbabilidadesEstatistica2019.pdf

Exercício: Média Amostral com Variância Conhecida

Seja X a v.a. que representa o número de litros consumidos pelo automóvel aos 100 km, em circuito urbano, com $X \sim N(\mu = 9{,}7;\ \sigma = 1)$.

a) $n = 20.$

$$\left.\begin{array}{l} X \text{ dist. Normal} \\ \sigma \text{ conhecido} \end{array}\right| \Rightarrow Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0;1).$$

$$P(\overline{X} > 10) = 1 - P(\overline{X} \leq 10) = 1 - P\left(Z \leq \frac{10 - 9{,}7}{\frac{1}{\sqrt{20}}}\right) = 1 - P(Z \leq 1{,}34) = 1 - \Phi(1{,}34)$$

$$= 1 - 0{,}9099 = 0{,}0901.$$

b) $n = ?$

$$P(\overline{X} < 10) \geq 0{,}9 \Leftrightarrow P\left(Z < \frac{10 - 9{,}7}{\frac{1}{\sqrt{n}}}\right) \geq 0{,}9 \Leftrightarrow \Phi(0{,}3\sqrt{n}) \geq 0{,}9$$

como $\Phi(1{,}282) = 0{,}9$

$$\Leftrightarrow 0{,}3\sqrt{n} \geq 1{,}282 \Leftrightarrow \sqrt{n} \geq 4{,}2733 \Rightarrow n \geq 4{,}2733^2 = 18{,}3 \Rightarrow n \geq 19.$$

ProbabilidadesEstatistica2019.pdf

Um fabricante de automóveis defende que o novo modelo que vai ser lançado no próximo mês gasta em média 9,7 litros aos 100 km, em circuito urbano, e o desvio padrão é desconhecido.

Através de um esquema de amostragem estimou-se tal desvio padrão como sendo $s = 1$ litro. Admitindo que o consumo segue uma distribuição Normal, qual a probabilidade de, numa amostra aleatória de 20 automóveis, o consumo médio amostral ser superior a 10 litros? E inferior a 8,9 litros?

ProbabilidadesEstatistica2019.pdf

Exercício: Média Amostral com Variância Desconhecida

Seja X a v.a. que representa o número de litros consumidos pelo automóvel aos 100 km, em circuito urbano, com $X \sim N(\mu = 9{,}7;\ \sigma = ?)$.

$n = 20$.

$$\left.\begin{array}{l} X \text{ dist. Normal} \\ \sigma \text{ desconhecido} \end{array}\right| \Rightarrow T = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \sim t_{n-1=19}.$$

$$P(\bar{X} > 10) = 1 - P(\bar{X} \leq 10) = 1 - P\left(T \leq \frac{10 - 9{,}7}{\frac{1}{\sqrt{20}}}\right) = 1 - P(T \leq 1{,}342) \approx 1 - 0{,}9 = 0{,}1.$$

$$P(\bar{X} < 8{,}9) = P\left(T < \frac{8{,}9 - 9{,}7}{\frac{1}{\sqrt{20}}}\right) = P(T < -3{,}578) = 1 - P(T < 3{,}578) \approx 1 - 0{,}999 = 0{,}001.$$

ProbabilidadesEstatistica2019.pdf

Murteira et al (2015)
Capítulo 6

37. De uma população normal de média e variância desconhecidas retirou-se uma amostra casual.

a) Determine a percentagem de amostras em que a sua média difere da média da população, por valores superiores ao desvio padrão da população, considerando que a amostra tem 4 observações.

b) Determine a percentagem de amostras de 5 observações em que as suas médias diferem da média da população, por valores superiores ao do desvio padrão da amostra.

Exercício 37 (a)

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$

(a)

Amostra casual : $n = 4$

Quer-se $P(|\bar{X} - \mu| > \sigma) = 1 - P(|\bar{X} - \mu| \leq \sigma) = 1 - P(-\sigma \leq \bar{X} - \mu \leq \sigma)$

Sabe-se que : $Z = \dfrac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$.

Logo,

$$1 - P(-\sigma \leq \bar{X} - \mu \leq \sigma) = 1 - P\left(-\frac{\sigma}{\sigma/\sqrt{4}} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq \frac{\sigma}{\sigma/\sqrt{4}}\right) = \underbrace{1 - P(-2 \leq Z \leq 2)}_{1 - [\Phi(2) - \Phi(-2)]} \approx$$

$$\approx 1 - 0.9545 = 0.0455$$

Exercício 37 (b)

Supondo o desvio padrão não corrigido, S

Amostra casual : $n = 5$

Quer-se $P(|\bar{X}-\mu| > S) = 1 - P(|\bar{X}-\mu| \le S) = 1 - P(-S \le \bar{X}-\mu \le S)$

Sabe-se que : $T = \dfrac{\bar{X}-\mu}{S'/\sqrt{n}} = \dfrac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n-1}} \sim t(n-1) = t(4)$ $\quad (n S^2 = (n-1)S'^2)$

Logo,

$1 - P(-S \le \bar{X}-\mu \le S) = 1 - P\left(-\dfrac{S}{S/\sqrt{4}} \le \dfrac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n-1}} \le \dfrac{S}{S/\sqrt{4}}\right) = 1 - P(-2 < T < 2)$

$\simeq 1 - 0.88388 = 0.11612$

Obrigada!

Questões?